

Simulare județeană
Examenul național de bacalaureat național 2023
Proba E.c)
Matematică M_mate-info

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\log_{2023} 17 + \log_{2023} 119 + \sqrt{0,0625} = \log_{2023} 2023 + 0,25 =$ $= 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}.$	3p 2p
2.	$x_1 + x_2 = 3m - 4, x_1 x_2 = m - 3$ $3m - 4 = 2m - 6 \Leftrightarrow m = -2.$	2p 3p
3.	$2^x(2 + 2^x - 4^x) = 0 \Leftrightarrow 2^x(2 - 2^x)(1 + 2^x) = 0$ Deoarece $2^x > 0$, soluția ecuației este $x = 1.$	2p 3p
4.	Mulțimea $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ are 10 elemente, deci numărul cazurilor posibile este egal cu 10. 1 este singurul element al mulțimii $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ care verifică relația $f(n) = 0$, deci numărul cazurilor favorabile este egal cu 1. $P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{1}{10}$	2p 2p 1p

5.	$\vec{AC} - \vec{AB} = \vec{BC}$ $BC = 18.$	2p 3p
6.	$1 + 2 \sin a \cos a = 1 + 2 \sin b \cos b \Rightarrow \sin 2a = \sin 2b$ Cum $a, b \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), a \neq b$, obținem $2a = \pi - 2b$, adică $a + b = \frac{\pi}{2}$, deci $\sin(a + b) = 1.$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 0 + 0 + 1 - 0 - 1 - 0 = 0$	2p 3p
b)	$\det(A(m)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & 1 \\ m+1 & (m+1)^2 & 1 \end{vmatrix} = m(m-1)$, pentru orice număr real m . Matricea $A(m)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(A(m)) \neq 0$ deci $m \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$	2p 3p
c)	$\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \Delta $, unde $\Delta = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & 1 \\ m+1 & (m+1)^2 & 1 \end{vmatrix} = m(m-1)$ $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = 1 \Leftrightarrow m(m-1) = 2$, deci $m^2 - m = -2$, care nu convine, sau $m^2 - m = 2$, de unde obținem $m = -1$ sau $m = 2$, care convin	2p 3p
2.a)	$(2+i) * (2-i) = 2+i+2-i+(2+i)(2-i) =$ $= 4 + 4 - i^2 = 9$	3p 2p
b)	$A = -1 + (a+1)i - 1 + (a-1)i + (-1 + (a+1)i)(-1 + (a-1)i) =$ $= -2 + 2ai + 1 - (a-1)i - (a+1)i - (a^2 - 1) = -a^2 < 0$, pentru orice număr real a	2p 3p
c)	$2z + z^2 = -5 \Leftrightarrow z^2 + 2z + 5 = 0$ $z = -1 - 2i$ sau $z = -1 + 2i$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = x' - (\ln(x+1))' =$ $= 1 - \frac{1}{x+1} = \frac{x}{x+1}, x \in (-1, +\infty).$	2p 3p
------	---	----------

b)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - f(x) - \ln 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x+1) - \ln 2}{x - 1} =$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$	<p>2p</p> <p>3p</p>
c)	$f'(0) = 0, f'(x) < 0, \text{ pentru orice } x \in (-1, 0) \text{ și } f'(x) > 0, \text{ pentru orice } x \in (0, +\infty)$ $f(x) \geq f(0) \Rightarrow \ln(x+1) \leq x, \text{ pentru orice } x \in (-1, +\infty)$	<p>2p</p> <p>3p</p>
2.a)	$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \ln(x+1) \Big _0^1 =$ $= \frac{1}{2} \ln 2.$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	$\int_0^1 \frac{f(x) + x^2 f(x)}{x^4 + 1} dx = \int_0^1 \frac{x}{x^4 + 1} dx =$ $= \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(x^2) \Big _0^1 = \frac{\pi}{8}.$	<p>2p</p> <p>3p</p>
c)	<p>Din regula lui l'Hospital pentru cazul $\frac{0}{0}$, limita cerută este egală cu $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(F(x) - F(1))'}{(x-1)'} =$</p> $= \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2}, \text{ unde } F \text{ este o primitivă oarecare a funcției } f.$	<p>3p</p> <p>2p</p>